

**11. Übungsblatt zur Vorlesung
Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik
(Prof. Meinel)**

34. Die Fibonacci-Zahlen $F_n, n \in \mathbb{N}_0$, sind definiert durch 6 Punkte

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$$

Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion die folgenden Beziehungen:

- (a) $\sum_{k=0}^n F_{2k+1} = F_{2n+2}$
(b) $F_{n+1}^2 = F_n F_{n+2} + (-1)^n$

35. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$ 3 Punkte
die binomische Formel:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

36. Sei folgende Aufgabe gegeben: Zeigen Sie, dass für 3 Punkte
alle Mengen A, B, C, D gilt:

$$\overline{A \cup C} \times \overline{B \cup D} \supseteq \overline{(A \times B) \cup (C \times D)}$$

Für diese Aufgabe wurde folgende Lösung gegeben:
Beispiel:

$$\begin{aligned} A = B = C = \{1\}, D = \{1, 2\} \\ \overline{A \cup C} \times \overline{B \cup D} &= \overline{\{1\}} \times \overline{\{1\}} \\ \overline{(A \times B) \cup (C \times D)} &= \overline{\{(1, 1)\} \cup \{(1, 1), (1, 2)\}} \end{aligned}$$

Beweis:

$$\begin{aligned} x &\in \overline{A \cup C} \times \overline{B \cup D} \\ (x, y) &\in \overline{A \cup C} \times \overline{B \cup D} \\ x &\in \overline{A \cup C} \wedge y \in \overline{B \cup D} \\ x &\in \overline{A} \vee x \in \overline{C} \wedge y \in \overline{B} \vee y \in \overline{D} \\ x &\in \overline{A} \vee y \in \overline{B} \wedge x \in \overline{C} \vee y \in \overline{D} \\ (x, y) &\in \overline{A \times B} \wedge (x, y) \in \overline{C \times D} \\ &\overline{(A \times B) \cup (C \times D)} \end{aligned}$$

Finden und korrigieren Sie die Fehler in der angegebenen Lösung.

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Weitreichende Umformungen ohne Zwischenschritte können nicht gewertet werden.
Aufgabe 35: Die Fehler können auf dem Aufgabenblatt angestrichen werden. Weitere Erläuterungen können über Nummerierung der Fehler stattfinden.