

2. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

In dieser Übungsserie sollen folgende Aussagen betrachtet werden:

$s(t)$: Der Spatz sitzt zum Zeitpunkt t auf dem Dach.

$k(t)$: Die Katze sieht zum Zeitpunkt t den Spatz.

$j(t)$: Die Katze jagt zum Zeitpunkt t den Spatz.

$f(t)$: Der Spatz frisst zum Zeitpunkt t Körner.

Weiterhin bedeute die Aussageform $t_1 \triangleleft t_2$, dass der Zeitpunkt t_1 irgendwann vor t_2 eintrat.

4. Drücken Sie folgende Aussagen in deutschen Sätzen aus: **4 Punkte**

(a) $\forall t(j(t) \rightarrow \neg k(t))$

(b) $\exists t_1 \forall t_2((t_2 \triangleleft t_1) \wedge j(t_1) \wedge k(t_2))$

(c) $\neg \exists t(\neg(s(t) \wedge f(t)))$

(d) $\exists t_1 \exists t_2((t_1 \triangleleft t_2) \wedge s(t_1) \wedge s(t_2) \wedge f(t_2))$

5. Drücken Sie folgende Sätze als prädikatenlogische Formeln aus: **4 Punkte**

(a) Immer wenn der Spatz auf dem Dach sitzt, gibt es einen Augenblick, von dem ab er von der Katze beobachtet wird.

(b) Es gibt eine Zeitspanne, in der die Katze den Vogel jagt. Vorher und nachher sitzt er auf dem Dach und frisst Körner.

(c) Es passiert nie, dass der Spatz auf dem Dach sitzt während die Katze ihn jagt.

(d) Es kann sein, dass die Katze den Vogel nicht sieht, wenn sie ihn jagt.

6. Betrachten Sie die vier Universen $\{0, 1\}$, \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R}^+ . **4 Punkte**
In welchen der Universen gelten die folgenden Aussagen?

(a) $\exists x \forall y (x \leq y)$

(b) $\forall x \exists y (y^2 = x)$

(c) $\forall x \exists y ((x \geq y) \wedge \neg(y \geq x))$

(d) $\forall x \forall y \exists z ((x < y) \rightarrow ((x \leq z) \wedge (z \leq y) \wedge \neg((z \leq x) \vee (y \leq z))))$

Hinweis zu Aufgabe 4: Vermeiden Sie Formulierungen wie „für alle t “ und „es existiert ein t “ und Formulierungen wie „zum Zeitpunkt t gilt ... und ...“. Verwenden Sie je nach Bedeutung Wörter wie „immer“, „nie“, „manchmal“, „gleichzeitig“, „vorher“ oder „nachher“.