

2. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

Auch für dieses Übungsblatt wird das Kartenspiel Uno betrachtet¹. Alle Aussagen, die auf dem ersten Übungsblatt bezüglich des Spiels getroffen worden sind, gelten weiterhin. Um weitere Regeln einzuführen, werden einige grundlegende Aussagenformen für die Zahlenkarten benötigt:

- $n(k_1, k_2)$ ist wahr, wenn die Karte k_2 auf die Karte k_1 gelegt werden darf.
- $w(k, i)$ ist wahr, wenn die Karte k den Wert i hat. ($w(k, 10) = w(k, 0), \dots$)
- $v(k, i)$ ist wahr, wenn auf der Karte k der Wert i geschrieben ist.
- $f(k, f)$ ist wahr, wenn die Karte k die Farbe f hat.
- $b(k, f)$ ist wahr, wenn die Karte k in der Farbe f bedruckt ist.
- $s(k, a)$ ist wahr, wenn der Spieler beim Ablegen der Karte k das Wort a sagt.

Aufgaben:

4. Übersetze die folgenden Spielregeln für Zahlenkarten in prädikatenlogische Formeln: **5 Punkte**
- Wenn die Karte rot ist, so ist der Wert der Karte stets um eins höher als der Wert, der auf der Karte steht.
 - Auf jede Karte darf nur eine Karte gelegt, bei der die Farbe oder der Wert der draufgelegten Karte gleich ist.
 - Es ist niemals möglich, eine rote Karte auf eine andersfarbige Karte mit dem gleichen aufgedruckten Wert zu legen.
 - Jede Karte, die mit einer geraden Zahl in gelb bedruckt ist, ist grün.
 - Wenn bei einer Karte blau gesagt wurde, so muss die Farbe der nächsten Karte, die gelegt werden darf, grün sein, aber die aufgedruckte Farbe muss nicht grün sein.
5. Übersetze die folgenden prädikatenlogische Formeln in natürlichsprachliche Spielregeln. Formuliere die Sätze dabei korrekt aber mit einem normalen Satzbau². **3 Punkte**
- $\forall k (w(k, 0) \vee w(k, 2) \vee w(k, 4) \vee w(k, 6) \vee w(k, 8)) \wedge b(k, \text{'blau'}) \rightarrow \neg f(k, \text{'gelb'})$
 - $\forall i \neg \exists k (f(k, \text{'grün'}) \wedge v(k, i) \rightarrow w(k, i + 1))$
 - $\exists f \forall k_1 \exists k_2 (b(k_1, f) \wedge b(k_2, f) \rightarrow \neg n(k_1, k_2))$
6. Betrachte die vier Universen $\{0, 1\}$, \mathbb{Z} , \mathbb{Q}^+ , \mathbb{R} . **4 Punkte**
In welchen der Universen gelten die folgenden Aussagen?
- $\exists x \forall y (x \geq y)$
 - $\forall x \exists y (x + y = 1)$
 - $\exists y \forall x ((x \geq y) \wedge \neg (y \geq x))$
 - $\forall x \exists y \forall z ((x < z) \rightarrow ((x < y) \wedge (y \leq z)))$

¹Weitere Erfahrung in diesem Spiel können am Spieleabend am 26.10 ab 17 Uhr im Raum H.E-51 gemacht werden.

²Vermeide Formulierungen wie „für alle k “ und „es existiert ein k “. Verwende je nach Bedeutung Wörter wie „immer“, „nie“, „manchmal“, „gleichzeitig“, „nachfolgend“ oder „vorausgehend“.