Maria Siebert
H-1.22, Tel.: -518
http://www.hpi.uni-potsdam.de/meinel/teaching/

Wintersemester 2011/12
Abgabe bis 29.11.2011 10:55 Uhr
im Postfach 53, HPI-Foyer

5. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

Hinweis: Übungsblätter, die bis zum Freitag den 25.11 um 11 Uhr im Fach abgegeben werden, werden bis zum Tutorium am folgenden Dienstag korrigiert.

14. Überprüfe die folgenden Relationen auf die Eigenschaften **4 Punkte** Symmetrie, Reflexivität, Antisymmetrie und Transitivität. Liefere, wenn die Eigenschaft nicht erfüllt wird, jeweils ein Gegenbeispiel.
    (a) Die Größer-Gleich Relation auf den ganzen Zahlen
    (b) Die Ist-Eine-Echte Teilmenge Relation auf Mengen
    (c) Die Relation, eine Karte x darf auf einen andere Karte y gelegt werden, auf der Menge der Uno-Zahlenkarten, wobei jede Karte im Spiel mindestens zweimal vorkommt.

15. Sei $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ eine Menge und $E \subset M \times M$ **4 Punkte** eine Relation auf M mit $E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (2, 6), (5, 4), (5, 5)\}$. Erweitere diese Relation mit so wenigen Elementen wie möglich so, dass sie die folgenden Eigenschaften erfüllt.
    (a) Symmetrie
    (b) Reflexivität
    (c) Transitivität
    (d) Transitivität und Symmetrie

16. Sei E die Relation aus Aufgabe 15. Zeichne den Graphen **4 Punkte** mit folgenden Kantenrelationen:
    (a) $E \circ E$
    (b) E^{-1}
    (c) $E \circ E^{-1}$
    (d) $\{(x, y)|?z : (z, x) \in E?(y, z) \in E\}$

17. Es seien R Relationen, die über allen Uno-Zahlenkarten **4 Punkte** definiert sind:
    (a) xRy genau dann, wenn x und y den gleichen aufgedruckten Wert haben.
    (b) xRy genau dann, wenn sich der Wert von x und y um nicht mehr als 2 unterscheidet.
    (c) xRy genau dann, wenn man auf x und y die gleiche Anzahl von Karten legen kann.
    (d) xRy genau dann, wenn es eine Karte z gibt, so dass man sowohl die Karte x als auch die Karte y auf die Karte z legen kann.

    Entscheide mit einer kurzen natürlichsprachigen Begründung, welche der Relationen Äquivalenzen sind. Überprüfe dazu alle notwendigen Kriterien und erläutere kurz, ob sie erfüllt sind.

18. Beweise, dass für jede Relation R über einer Menge M gilt: **4 Punkte** Ist R antisymmetrisch und symmetrisch, so gilt $R \subseteq \Delta_M$