

## Aufgabenblatt 11

Abgabetermin: 13.02.04, 15:00 Uhr  
Erreichbare Punkte: 10

URL: <http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/Komplexitaet/blatt11.ps> (blatt11.pdf)

Themen: Primes, Polynomialzeithierarchie, L

### Allgemeines:

<http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/Komplexitaet/>

Dieses Blatt ist das letzte Blatt in der zweiten Semesterhälfte. Zusatzaufgaben für die erste und zweite Semesterhälfte können dem 12. Übungsblatt entnommen werden.

Die Rücksprache findet am 09.03 ab 8:00 Uhr statt. Weitere Informationen können Sie der Homepage entnehmen.

### Aufgabe 1: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

Sei  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 2$  eine Primzahl. Dann gilt für alle  $a \in \mathbb{N}$ ,  $1 < a < n$ :  $a^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ .

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

Quantified Boolean Formulas (QBFs) sind eine Erweiterung der Aussagenlogik um die Möglichkeit der Quantifizierung von aussagenlogischen Variablen.

$k$ -QBF $_Q$  mit  $Q \in \{\forall, \exists\}$  stehe kurz für eine QBF in pränex Normal Form mit  $k$  Quantoriterationen, wobei der äußerste Quantor  $Q$  ist. Beispiel:  $\forall x \exists y (x \vee y)$  ist eine 2-QBF $_{\forall}$ .

Zeigen Sie, dass folgende Aussagen gelten:

1. Das Problem der Erfüllbarkeit einer QBF ist in PSPACE.
2. Das Problem der Erfüllbarkeit einer 1-QBF $_{\exists}$  ist in NP.
3. Das Problem der Erfüllbarkeit einer  $k$ -QBF $_{\forall}$  ist in  $\Pi_k P$ .
4. Das Problem der Erfüllbarkeit einer  $k$ -QBF $_{\exists}$ , wobei die QBF in disjunctiver normal form ist, ist in  $\Sigma_k P$ , falls  $k$  gerade ist. Warum muss  $k$  gerade sein?.

### Aufgabe 3: (2 Punkte)

Beschreiben Sie ein Entscheidungsproblem, das in LOGTIME gelöst werden kann.