Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz

Aufgabenblatt 12

Abgabetermin: 17.02.04, 15:00 Uhr
Erreichbare Punkte: 13+12

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/Komplexitaet/blatt12.ps (blatt12.pdf)

Themen: Zusatzaufgaben

Allgemeines:
`http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/Komplexitaet/`

Aufgaben des Zusatzblattes werden nur korrigiert, falls die Punkte für das Erreichen der 50%-Hürde notwendig sind.

1. Semesterhälfte

Aufgabe 1: (3 Punkte)
$\mathcal{O}$-Notation

Geben Sie die Beziehung zwischen folgenden Klassen an:
a)$\mathcal{O}(5^n)$, $\mathcal{O}(2^{(2n)})$
b)$\mathcal{O}(log_{10}n \cdot log_8 n + logn)$, $\mathcal{O}(log^2 n)$
c)$\mathcal{O}(n!)$, $\mathcal{O}((2n/5)^n)$

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Deterministische Turing Maschinen

Geben Sie eine informale Beschreibung und eine formale Definition einer 1-Band Turing Maschine, die erkennen kann, ob ein Eingabestring $w \in \{a, b\}^*$ gleich viele a-s wie b-s enthält. Wie groß ist die Laufzeitkomplexität dieser TM ?

Aufgabe 3: (6 Punkte)
Nichtdeterministische Turing Maschinen

Geben Sie eine genaue informale Beschreibung der Arbeitsweise einer nichtdeterminstischen k-Band Turing Maschine an (bestimmen Sie k selbst), die erkennen kann, ob ein Eingabestring $w \in \{0, 1\}^*$ eine binäre Darstellung einer Zahl ist, die keine Primzahl ist. Wie groß ist die Laufzeitkomplexität dieser TM ?

2. Semesterhälfte

Aufgabe 4: (2 Punkte)
Gibt es L-vollständige Entscheidungsprobleme?

Aufgabe 5: (4 Punkte)
“PARTITION” ist folgendes Problem.

INSTANCE: Eine endliche Menge A von Gegenständen, jeder Gegenstand $a \in A$ hat das Gewicht $w(a) \in Z^+$.

FRAGE: Existiert eine Teilmenge $B \subset A$, so dass

$$\sum_{a \in B} w(a) = \sum_{a \in A \setminus B} w(a).$$

"MULTIPROCESSOR SCHEDULING" ist folgendes Problem.

INSTANCE: Eine endliche Menge A von "Aufgaben", jede Aufgabe $a \in A$ hat Länge $l(a) \in Z^+$, die Anzahl $m \in Z^+$ der "Prozessoren" und "Deadline" $D \in Z^+$.

FRAGE: Existieren m paarweise disjunkte Mengen $A_i \subset A$ so, dass $A = \cup_{i=1,m} A_i$ und

$$max\{\sum_{a \in A_i} l(a) | 1 \le i \le m\} \le D.$$

Zeigen Sie, dass "MULTIPROCESSOR SCHEDULING" ein NP-vollständiges Problem ist.

Hinweis. Gehen Sie davon aus, dass es bekannt ist, dass "PARTITION" ein NP-vollständiges Problem ist.

Aufgabe 6: (6 Punkte)

$L_1 \subseteq \Sigma_1^*$ ist *P-reduzierbar* auf $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$ ($L_1 \le_P L_2$), falls eine Reduktion R: $\Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$ existiert ($x \in L_1 \leftrightarrow R(x) \in L_2$) und R von determinstischer TM in polynomialer Zeit berechnet werden kann. Für *P-Reduktion* kann man *polynomiale Vollständigkeit* definieren: Sei K eine Komplexitätsklasse. Dann L ist $K \overset{P}{-}$*vollständig* $\leftrightarrow$ für jede $L' \in K$ gilt $L' \le_P L$.

(a) Zeigen Sie, dass *P-Reduktion* transitiv ist.

(b) Welche Komplexitätsklassen aus L, NL, P bzgl. *P-Reduktion* sind abgeschlossen ?

(c) Sind die Mengen der $P \overset{P}{-}$vollständigen und $P-$vollständigen (log *space* beschränkte Reduktion) Probleme gleich ?

(d) Was können Sie über die Beziehung zwischen den Mengen der $NP \overset{P}{-}$vollständigen und $NP-$vollständigen ((log *space* beschränkte Reduktion) Probleme sagen ?