

Lösungen zu Aufgabenblatt 3

**Aufgabe 3:**

(a) Gesucht war ein deterministischer Algorithmus, der entscheidet, ob ein Graph  $G$  eine  $k$ -Clique enthält.

– Ansatz: Teste alle  $\binom{|V|}{k}$   $k$ -elementigen Teilmengen von  $V$  auf Cliques-Eigenschaft, d.h. prüfe, ob jeder Knoten in der Teilmenge mit jedem anderen verbunden ist.

– Die Berechnungszeit beträgt offensichtlich  $\Omega(k^2 \binom{|V|}{k})$ .  
Sei  $|V|=n$ . Wir unterscheiden:

\* Sei  $k$  eine Konstante: Die Laufzeit ist *polynomial*.

\* Sei  $k = cn$ ,  $c \in \mathbf{R}$  : Die Laufzeit ist *superpolynomial*  $\rightarrow$  exponentiell,

z.B. für  $k = n/2$  folgt:  $\binom{n}{n/2} = \frac{n!}{\frac{n}{2}! \frac{n}{2}!} \geq \frac{2^n}{n+1}$ .

(b) Gesucht war ein nondeterministischer Algorithmus für das  $k$ -Cliques Problem.

– Rate  $V' \subseteq V$  mit  $k$  Knoten.

– Prüfe, ob  $V'$  Cliques-Eigenschaft besitzt, d.h. ob jeder Knoten mit jedem anderen verbunden ist.

– Laufzeit:  $\mathcal{O}(k^2)$ , also polynomial.