

10. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I – Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

33. In einer Vorlesung mit zwei Klausuren wurde die erste Klausur mit 80% Wahrscheinlichkeit bestanden, die zweite mit 90%. Beide Klausuren zusammen wurden mit 75% bestanden.
- (a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, in der zweiten Klausur durchzufallen, wenn man die erste bestanden hat? 2
 - (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, die zweite Klausur zu bestehen, wenn man die erste nicht bestanden hat? 2
 - (c) Sind die Ereignisse „Klausur 1 bestanden“ und „Klausur 2 bestanden“ unabhängig? Beantworten Sie die Frage sowohl formal als auch anschaulich. 2
34. Gegeben sind zwei Urnen mit je zehn Kugeln. Eine einzige Kugel ist weiß und befindet sich mit $\frac{2}{3}$ Wahrscheinlichkeit in der ersten Urne. Alle anderen Kugeln sind schwarz. Ein Spieler zieht nun insgesamt neun Kugeln aus den Urnen (also k aus der ersten und $9 - k$ aus der zweiten Urne). Dabei wird jede Kugel sofort in ihre Urne zurückgelegt. Für welches $k \in \{0, \dots, 9\}$ ist die Wahrscheinlichkeit, die weiße Kugel zu erwischen, am größten – und wie groß ist sie? 4
35. Zwei Studenten aus dem dritten Semester geben identische Lösungen zur Mathe-Übung ab. Um nicht aufzufallen, geben sie die Lösungen in verschiedenen Übungsgruppen ab. Jedoch gibt es nur drei Korrektoren, auf die die vier Gruppen zufällig verteilt werden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden beide Lösungen vom gleichen Korrektor bewertet? 2
- 36.* Lösen Sie die folgenden Aufgaben zur Klausurvorbereitung. Geben Sie die Lösungen nicht ab, sondern bringen Sie sie zur Übung am 30. Januar bzw. 1. Februar zur Diskussion mit.
- (a) Gegeben seien drei Mengen A, B, C und Abbildungen $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ mit Umkehrabbildungen f^{-1} und g^{-1} . Zeigen Sie, dass für alle $y \in C$ gilt: 5
$$(g \circ f)^{-1}(y) = (f^{-1} \circ g^{-1})(y)$$
 - (b) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion über $n \in \mathbb{N}$: 7
$$\sum_{i=0}^{2n} 2^i = 2^{2n+1} - 1$$
 - (c) Sei $M = \{0, 1\}^n$ mit $n \in \mathbb{N}$. Gegeben Sei eine Funktion $f : M \times M \rightarrow M$. Aus Performanzgründen sollen alle Funktionswerte $f(a, b)$ vorberechnet werden und in einer Tabelle abgelegt werden.
 - i. Wieviele Zeilen muss die Tabelle enthalten? 2
 - ii. Wieviele verschiedene Funktionen f existieren? 2

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Lesen Sie sich den zur Bearbeitung der Aufgaben nötigen Stoff an. Nutzen Sie die Übungsaufgaben, um sich die formalen Definitionen der verwendeten Aussage(forme)n und die den Beweisschritten zugrundeliegenden Tautologien usw. zu verinnerlichen. Anschließend sollten Sie das gesamte Blatt in 60 Minuten locker lösen können.