

8. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I – Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

26. Polynome über \mathbb{Z} sind Ausdrücke der Gestalt

4 Punkte

$$\bar{p} = \sum_{i \geq 0} p_i X^i$$

mit $p_i \in \mathbb{Z}$, einer Variablen X und einem $k \in \mathbb{N}$ mit $p_i = 0$ für alle $i > k$. Die kleinste solche Zahl k heißt Grad $\deg \bar{p}$ des Polynoms. Polynome \bar{p} , \bar{q} können addiert werden:

$$\bar{p} + \bar{q} := \sum_{i \geq 0} (p_i + q_i) X^i$$

Zeigen Sie, dass für alle Polynome \bar{p} , \bar{q} über \mathbb{Z} gilt:

$$\deg(\bar{p} + \bar{q}) \leq \max\{\deg \bar{p}, \deg \bar{q}\}$$

27. Das Dirichletsche Taubenschlagprinzip (auch als Schubfachprinzip bekannt) wurde formal mit einer Abbildung $f : A \rightarrow B$ zwischen zwei endlichen Mengen beschrieben. Identifizieren Sie f , A und B in den folgenden Beispielen. Was können Sie mit dem Taubenschlagprinzip schlussfolgern? je 1 Punkt

- (a) In einer Mathematik-Klausur mit 99 Studenten wurden die Noten zwischen 1 und 3,7 vergeben.
- (b) In einem Geldbeutel befinden sich 9 Münzen der europäischen Währung.
- (c) Vier Personen besitzen gemeinsam 400 Euro.
- (d) Eine Frau in Deutschland bekommt im Durchschnitt 1,6 Kinder.

28. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass das gegenseitige Zuprosten von n Personen ($n \geq 2$) genau $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ Blickkontakte benötigt. 4 Punkte

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Lesen Sie sich den zur Bearbeitung der Aufgaben nötigen Stoff an. Anschließend sollten Sie das gesamte Blatt in 60 bis 90 Minuten lösen können.