Stochastik WS 19/20

Aufgabenblatt 1

Lösungen bitte bis vor Beginn der nächsten Übung einreichen, entweder physisch oder in gut ausdruckbarer Form an matthias.kirchler@hpi.de

σ-Algebren

Exercise 1 (2 + 2 + 2 Punkte)**.** Sei $\Omega \neq \varnothing$ ein beliebiger Ergebnisraum.

(a) Sei $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra auf Ω und $A_1, A_2, \ldots \in \mathcal{F}$. Zeige, dass $\bigcap_{i\geq 1} A_i \in \mathcal{F}$ gilt

(b) Sei $\mathcal{F}$ eine σ-Algebra auf Ω und $A \subset \Omega$. Zeige, dass $\mathcal{F}_A := \{A \cap B : B \in \mathcal{F}\}$ wieder eine σ-Algebra ist, diesmal auf A.

(c) Seien $(\mathcal{F}_i)_{i\in I}$ σ-Algebren auf Ω mit beliebiger Indexmenge I. Zeige, dass $\mathcal{F} := \bigcap_{i\in I} \mathcal{F}_i$ wieder eine σ-Algebra ist. (Gilt das auch für $\bigcup_{i\in I} \mathcal{F}_i$? Keine Antwort nötig)

Exercise 2 (3 Punkte)**.** Sei $\mathcal{F}_n$ für beliebiges (festes) $n \in \mathbb{N}$ gegeben durch:

$$\mathcal{F}_n := \left\{ \bigcup_{i\in I} \left[\frac{i-1}{2^n}, \frac{i}{2^n} \right) : I \subset \mathbb{Z} \right\}.$$

Zeige, dass $\mathcal{F}_n$ eine σ-Algebra auf $\mathbb{R}$ ist.