Stochastik WS 19/20

Aufgabenblatt 3

Abgabe bis 20.11., 11 Uhr

Exercise 1 (2 + 1 + 2 Punkte)**.** Betrachte erneut die Funktion $f_{r,n} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aus Aufgabe 4, Blatt 2, definiert durch

$$f_{r,n}(x) := x^{-n} 1_{[r,\infty[}(x) \tag{1}$$

($n \in \{2, 3, \ldots\}$ und $r \in [1, \infty[$). In der letzten Aufgabe wurde $c_{r,n} > 0$ gefunden, so dass $\int_{\mathbb{R}} c_{r,n} f_{r,n}(x) dx = 1$. Da $f_{r,n} \geq 0$ gilt somit also, dass $\rho_{r,n}(x) := c_{r,n} f_{r,n}(x)$ eine W-Dichte ist.

a) Bestimme die zu $\rho_{r,n}$ gehörige Verteilungsfunktion.

b) Male (per Hand) oder plotte (beliebige Programmiersprache, Code muss nicht abgegeben werden) sowohl $\rho_{r,n}$, als auch die Verteilungsfunktion aus a) mit $r = 1$ und $n = 2$.

c) Für beliebiges $a < b \in \mathbb{R}$, berechne sowohl $\mathbb{P}_{r,n}(\{a\})$ und $\mathbb{P}_{r,n}([a, b])$, wobei $\mathbb{P}_{r,n}$ das zu $\rho_{r,n}$ gehörige W-Maß.

Exercise 2 (2 Punkte)**.** Sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein beliebiger W-Raum, und sei eine Folge von Mengen $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben mit $\mathbb{P}(A_n) = 1$ für alle n. Zeige, dass auch $\mathbb{P}(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n) = 1$.

Exercise 3 (2 + 2 Punkte)**.** a) Ist $p : \mathbb{Z}_+ \to \mathbb{R}$, gegeben durch $p(0) = 0$ und $p(n) = \frac{1}{n}$ für alle $n \geq 1$, eine **Zähldichte**? Falls ja, gib die zugehörige Verteilungsfunktion an.

b) Ist $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeben durch $F(x) = \sum_{i=1}^{5} \frac{i}{6} 1_{]i,i+1]}(x)$, eine **Verteilungsfunktion**? Falls ja, gib die zugehörige Riemann-Dichte oder Zähldichte an.