Stochastik WS 19/20

Aufgabenblatt 5

Abgabe bis 4.12., 11 Uhr

Exercise 1 (3 Punkte)**.** Sei $X = (X_1, \dots, X_s) \sim \mathcal{M}_{n,\rho}$, d.h. multinomialverteilt für eine beliebige Wahrscheinlichkeitsdichte ρ auf $E = \{1, \dots, s\}$ und $n \geq 1$. Zeige, dass für jedes $a \in E$ die Projektion X_a Binomialverteilt ist; was sind die jeweiligen Parameter dieser Binomialverteilungen?

Exercise 2 ($1 + 2 + 2$ Punkte)**.** Analog zu Aufgabe 4 von Blatt 4 betrachten wir nun das Urnenmodell **ohne** zurücklegen mit r roten und s schwarzen Kugeln und $n \leq r + s$ Zügen. Betrachte die Ereignisse

$$\begin{aligned} A_i &= \text{Die } i\text{-te Kugel ist rot} \\ B_k &= \text{Es werden insgesamt } k \text{ rote Kugeln gezogen.} \end{aligned}$$

Gib einen W-Raum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ an und bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A_i ($i \in \{1, \dots, n\}$) und B_k ($k \in \{1, \dots, n\}$).

Exercise 3 (3 Punkte)**.** Ausgehend von Satz 2.14, beweise den folgenden Satz 2.17 ausführlich:
Sei $\lambda > 0$ und $(p_n)_{n\geq 1}$ eine Folge in $[0, 1]$ mit $np_n \to \lambda$. Dann existiert für jedes $k \geq 0$

$$\lim_{n\to\infty} \mathcal{B}_{n,p_n}(\{k\}) = \exp(-\lambda)\frac{\lambda^k}{k!}.$$