Stochastik WS 19/20

Aufgabenblatt 8

Abgabe bis 15.1., 11 Uhr

Exercise 1 (2+3 Punkte)**.** Seien $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ unabhängig voneinander, wobei $\mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R}, \sigma_1, \sigma_2 > 0$.

a) Für $a, b \in \mathbb{R}$ zeige, dass $aX_1 + b \sim \mathcal{N}(a\mu_1 + b, a^2\sigma_1^2)$

b) Für $a, b, c \in \mathbb{R}$ berechne die Verteilung von $aX_1 + bX_2 + c$.

Falls du in der Übung am 8.1. nicht anwesend warst: lies Abschnitt 3.6 bis einschließlich Beispiel (3.42) bevor du mit der folgenden Aufgabe beginnst.

Exercise 2 ($2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$ Punkte)**.** Für die folgenden Aufgaben dürfen jeweils fast alle `numpy` und `scipy` Funktionen verwendet werden; von den Zufallszahlengeneratoren (also bspw `numpy.random...`) dürfen jeweils nur die erwähnten Funktionen verwendet werden.

In jedem der Fälle: plotte ein Histogram der simulierten Daten.

a) Simuliere (approximativ) das Ziehen von $n = 500$ auf $[0, 1]$ Gleichverteilten Zufallsvariablen. Es darf die Funktion `np.random.choice` mit erstem Argument `[0, 1]` verwendet werden. Es sollte ein Parameter zur Güte der Approximation verstellbar sein.

b) Simuliere (approximativ) das Ziehen von $n = 500$ auf $[-5, 20]$ gleichverteilten Zufallsvariablen, basierend auf der Lösung in a).

c) Simuliere das Ziehen von $n = 500$ $\mathcal{N}(0, 1)$-verteilten Zufallsvariablen. Es darf die Funktion `np.random.rand` verwendet werden. *Hinweis: Verwende* `scipy.stats.norm.ppf`.

d) Die trunkierte Normalverteilung entsteht, wenn die Normalverteilung auf ein Intervall $[a, b]$ beschränkt wird. Gegeben die Lösung aus c), ziehe $m = 500$ Zufallsvariablen von der Standardnormalverteilung, trunkiert auf das Intervall $[-0.5, 5]$ (d.h. ziehe von der Normalverteilung, bedingt darauf, in $[-0.5, 5]$ zu liegen).

e) Gegeben $U_1, U_2, \ldots \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$ (unabhängig), leite eine Formel her um eine Binomialverteilung mit Parametern m und p zu simulieren. Dann, ziehe $m = 500$ Variablen von dieser Verteilung mit Parametern $m = 10, p = 0.2$ (es darf wieder `np.random.rand` verwendet werden).

f) Die Weibullverteilung hat die Dichtefunktion

$$f_{k,\lambda}(x) := \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} \exp\left(-\frac{x^k}{\lambda^k}\right)$$

mit reellen Parametern $k, \lambda > 0$.

Gegeben $U_1, U_2, \ldots \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$ (unabhängig), leite eine Formel her um von der Weibullverteilung zu simulieren. Dann, ziehe $m = 500$ Variablen von dieser Verteilung mit Parametern $\lambda = 1, k = 1.5$ (es darf wieder `np.random.rand` verwendet werden).