Maria Siebert
B-1.1, Tel.: -518
http://www.hpi.uni-potsdam.de/~meinel/teaching/

Wintersemester 2009/10
Abgabe bis 19.01. 10:55 Uhr
im Postfach 53, HPI-Foyer

10. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

30. Zeigen Sie mit Hilfe eines kombinatorischen Beweises, dass folgende Aussage gilt: Wenn sich eine Gruppe von k Kindern eine Tüte mit $10k+1$ Bonbons teilt, so gibt es ein Kind, das min. 11 Bonbons bekommt. 3 Punkte

31. Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt.: 3 Punkte

$$\sum_{k=1}^{n} 2k - 1 = n^2$$

32. Zeigen Sie, dass bei der folgenden Formel zwar der Induktionsschritt funktioniert, jedoch nicht die Induktionsbasis: 3 Punkte

$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - 1$$

Die Behauptung muss dennoch falsch sein. Man sieht also, dass eine bewiesene Induktionsbasis essenziell für einen vollständigen Induktionsbeweis ist.

33. Betrachten Sie den folgenden Beweis. Warum ist der Beweis fehlerhaft? 3 Punkte
Behauptung: Auf einer Party mit $n \geq 1$ Gästen haben alle denselben Namen.

Induktionsbasis: Wenn auf einer Party nur ein Gast ist, ist die Aussage wahr (weil es nur einen Namen gibt).

Induktionsschritt: Seien auf einer Party $n+1$ Gäste. Wir schicken einen raus. Dann sind auf dieser Party nur noch n Gäste. Nach Induktionsvoraussetzung haben all diese n Gäste den gleichen Namen. Nun holen wir den Gast der draußen steht wieder rein und schicken einen anderen Gast raus. Nun haben nach Induktionsvoraussetzung wieder alle den gleichen Namen. Also müssen alle $n+1$ Gäste den gleichen Namen haben.

Daraus folgt, dass alle Gäste auf einer Party gleich heißen.

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Weitreichende Umformungen ohne Zwischenschritte können nicht gewertet werden.