

**5. Übungsblatt zur Vorlesung  
Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik  
(Prof. Meinel)**

13. Überprüfen sie folgende Relationen auf die Eigenschaften **4 Punkte**  
Symmetrie, Reflexivität, Antisymmetrie und Transitivität. Liefern Sie, wenn die Eigenschaft nicht erfüllt wird, jeweils ein Gegenbeispiel.
- (a) Die Teilmengenrelation ( $\subseteq$ ) auf Mengen
  - (b) Die Relation “Zahl  $x$  ist ein ganzzahliges Vielfaches von  $y$ ” über  $\mathbb{Q}$
  - (c) Die Relation  $|x \cdot y| \leq 1$  über  $\mathbb{R}$
  - (d) Die Relation “ $x$  ist Nachfahre von  $y$ ” über eine Menge von Menschen
14. Sei  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  eine Menge und  $E \subset M \times M$  **4 Punkte**  
eine Relation auf  $M$  mit  $E = \{(1, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 2)\}$ . Erweitern sie diese Relation so (mit so wenigen neuen Elementen wie möglich), dass sie die folgenden Eigenschaften erfüllt:
- (a) Symmetrie
  - (b) Reflexivität
  - (c) Transitivität
  - (d) Transitivität und Symmetrie
15. Sei  $E$  die Relation aus Aufgabe 14. Zeichnen Sie den Graphen **4 Punkte**  
mit folgenden Kantenrelationen:
- (a)  $E \circ E$
  - (b)  $E^{-1}$
  - (c)  $E \circ E^{-1}$
  - (d)  $\{(x, y) \mid \exists z : (z, x) \in E \wedge (y, z) \in E\}$

**Allgemeiner Hinweis:** Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Lesen Sie sich den zur Bearbeitung der Aufgaben nötigen Stoff an. Nutzen Sie die Übungsaufgaben, um sich die formalen Definitionen der verwendeten Aussage(forme)n und die den Beweisschritten zugrundeliegenden Tautologien usw. zu verinnerlichen. Anschließend sollten Sie das gesamte Blatt in 60 Minuten locker lösen können.

**Hinweis zu Aufgabe 14:** Die Lösung kann sowohl graphisch als auch durch die Aufzählung der Elemente der Menge geschehen.