

8. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

Kurz vor Weihnachten sind fast alle Wichtel und Elfen damit beschäftigt, die Geschenke für die Kinder einzupacken. Nun treten dabei immer wieder kleine Probleme auf. Helfen Sie den Wichteln, diese Probleme zu lösen, damit sie mit dem Einpacken rechtzeitig fertig werden.

23. Wichtel Albert hat beobachtet, dass für eine beliebige Anzahl n von Wichteln gilt, dass sie es immer schaffen, an einem Tag genau $7n^3 + 14n$ Geschenke einzupacken. Dabei geht es immer auf, dass sich diese Geschenke am Ende des Tages gleichmäßig auf die drei großen Schlitten verteilen lassen.

Beweisen Sie, dass Alberts Entdeckung immer gilt, indem Sie die eine passende Fallunterscheidung machen. **3 Punkte**

24. Elfe Berta ist total fasziniert von Primzahlen. Deswegen ist sie auf die Idee gekommen, jedem Kind, das ein Geschenk bekommen soll, eine solche Primzahl zuzuordnen. Nun kommt Wichtel Bertram dazu und hat Angst, dass Berta irgendwann die Primzahlen ausgehen und somit nicht jedes Kind ein Geschenk bekommt.

Helfen Sie Berta mit einem Beweis mit Widerspruch zu beweisen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. **3 Punkte**

25. Wichtel Carl und Elfe Cora sind fleißig beim Einpacken. Jede Stunde schaffen sie jeder eine Anzahl von Geschenken einzupacken, die nie durch 3 teilbar ist. Dabei ist Carl der fleißigere und packt immer mindestens so viele Geschenke ein wie Cora. Als die beiden ihre Leistungen miteinander vergleichen fällt ihnen auf, dass auch die gemeinsame Anzahl der verpackten Geschenke oder der Unterschied der verpackten Geschenke nicht durch 3 teilbar ist.

Zeigen Sie Carl und Cora mit einem Beweis durch Kontraposition, dass ihre Entdeckung immer gilt. **3 Punkte**

26. Wichtel Detlef und Elfe Doro haben sich beim Packen in die Haare bekommen. Plötzlich kam Doro auf die Idee, dass es doch immer gelten muss, wenn zwei positive rationale Zahlen im Produkt 1 ergeben, dass ihre Summe größer oder gleich 2 ist. Detlef will ihr das jedoch nicht glauben.

Helfen Sie Doro den direkten Beweis zu finden, der ihre Idee bestätigt. **3 Punkte**

Frohe Weihnachten!