Maria Siebert
B-1.1, Tel.: -518
http://www.hpi.uni-potsdam.de/∼meinel/teaching/

Wintersemester 2009/10
Abgabe bis 12.01. 10:55 Uhr
im Postfach 53, HPI-Foyer

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik
(Prof. Meinel)

27. Seien A, B, C Mengen und $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Dann ist $g \circ f$ Abbildung $A \to C$.
    - (a) Zeigen Sie f und g injektiv $\Rightarrow g \circ f$ injektiv — 2 Punkte
    - (b) Zeigen Sie f und g surjektiv $\Rightarrow g \circ f$ surjektiv — 2 Punkte
    - (c) Schlussfolgern Sie in höchstens zwei Zeilen natürlicher Sprache Satz 5.7 (3), d. h. f und g bijektiv $\Rightarrow g \circ f$ bijektiv. — 1 Punkt
28. Konstruieren Sie eine Surjektion $f : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \to [0, 1]$. — 3 Punkte
29. Sei $(p_i)_{i\in\mathbb{N}}$ eine Folge, die alle Primzahlen injektiv aufzählt. Sie können nun für jedes $k \in \mathbb{N}$ jedes beliebige Tupel $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_k) \in \mathbb{N}^k$ wie folgt auf eine natürliche Zahl abbilden:

    $$\overline{a} \mapsto p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdots p_{k-1}^{a_{k-1}} \cdot p_k^{a_k+1}$$

    Diese Abbildung von $\mathbb{N}^* := \bigcup_{k\in\mathbb{N}} \mathbb{N}^k$ nach $\mathbb{N}^+$ soll f heißen. Außerdem werde das leere Tupel $\varepsilon \in \mathbb{N}^0$ auf 1 abgebildet. Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^+$
    - (a) injektiv ist. — 2 Punkte
    - (b) surjektiv ist. — 2 Punkte

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an. Weitreichende Umformungen ohne Zwischenschritte können nicht gewertet werden.