

**8. Übungsblatt zur Vorlesung
Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik
(Prof. Meinel)**

Kurz vor Weihnachten sind fast alle Wichtel und Elfen damit beschäftigt, die Geschenke für die Kinder einzupacken. Nun treten dabei immer wieder kleine Probleme auf. Helfen Sie den Wichteln, diese Probleme zu lösen, damit sie mit dem Einpacken rechtzeitig fertig werden.

27. Auch am Nordpol muss gespart werden. So sind die Wichtel und Elfen in heller Aufruhr über die neuen Kostenregeln für Geschenke. Diese werden jetzt nach dem Volumen berechnet. Dabei geht jeder der 4 notwendigen Arbeitsschritte zum Verpacken (Geschenkpapierherstellung, Zuschneiden, Falten und Einpacken) zu gleichen Anteilen ein und zusätzlich werden einmalig Kosten für die Schleife hinzu gerechnet, die nach der Länge der Schleife berechnet werden.

Ab diesem Jahr gibt es nur noch würfelförmige Geschenke mit ganzzahligen Kantenlängen, da die neue teure Verpackungsmaschine nichts anderes mehr einpacken kann. Auch verwendet sie immer die 20fache Kantenlänge für das Schleifenband eines Paketes.

Wichtel Alfred ist für die gesamte Abrechnung zuständig. Sein Problem ist nun, dass die Kosten von drei verschiedenen Konten zu gleichen Teilen abgebucht werden soll. Doch ist das überhaupt möglich? Hilf dem armen Wichtel mit einem Beweis per Fallunterscheidung zu zeigen, dass er seine Abrechnung immer durchführen kann. **3 Punkte**

28. Plötzlich wird es in einer Ecke der Werkstatt lauter. Die Elfe Birthe, welche früher für das Verpacken der Geschenke zuständig war und jetzt die Verpackungsmaschine überwacht, ist etwas seltsames aufgefallen. Auch zum Verpacken nutzt die Maschine quadratische Bögen Papier, deren Seiten ganzzahlig sind. Und anscheinend ist es so, dass wenn der Flächeninhalt der Bögen gerade ist, so ist es auch die Seitenlänge. Das finden alle Wichtel und Elfen seltsam und fragen sich, ob das nur ein Zufall ist, oder ob das wirklich immer gilt.

Hilf Birthe mit einem Widerspruchsbeweis, die Frage zu klären. **3 Punkte**

29. Von Elfe Birthe angestachelt, beginnt auch Wichtel Claudius alles mögliche zu vermessen. Immer wieder fängt er an, verschiedene Längen in ein Verhältnis zu setzen. Dabei fällt ihm folgendes auf. Hat er zwei Längen und setzte sie gegenseitig zueinander ins Verhältnis, und addiert die beiden Ergebnisse zusammen, so hat er immer ein Ergebnis, das mindestens 2 ist.

Hilf Claudius mit einem direkten Beweis, dieses Ergebnis zu bestätigen. **3 Punkte**

30. Auch Elfe Dana will sich nun in die mathematische Diskussion in der Werkstatt einbringen. Doch im Gegensatz die Elfe Birthe findet sie ungerade Zahlen viel spannender. Deswegen schaut sie sich die Geschenke mit einem ungeraden Volumen an (Wichtel Alfred hat ihr geraten, welche das sind.) Und da fällt ihr auf, dass diese auch immer eine ungerade Kantenlänge haben. Doch auch bei den Paketen aus dem letzten Jahr war das so, dass dann keine Kante gerade war, obwohl diese noch nicht würfelförmig, sondern nur quaderförmig waren. Da stellt sich die Frage. Ist das wirklich immer so?

Hilf Dana mit einem Beweis per Kontraposition. **3 Punkte**

Frohe Weihnachten!