

2. Übungsblatt zur Vorlesung Mathematik I Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

Auch für dieses Übungsblatt wird das Kartenspiel Uno betrachtet. Alle Aussagen, die auf dem ersten Übungsblatt bezüglich des Spiels getroffen worden sind, gelten weiterhin. Um weitere Regeln einzuführen, werden einige grundlegende Aussagenformen für die Zahlenkarten benötigt:

- $n(k_1, k_2)$ ist wahr, wenn die Karte k_2 auf die Karte k_1 gelegt werden darf.
- $w(k, i)$ ist wahr, wenn die Karte k den Wert i hat. ($w(k, 10) = w(k, 0), \dots$)
- $v(k, i)$ ist wahr, wenn auf der Karte k der Wert i geschrieben ist.
- $f(k, f)$ ist wahr, wenn die Karte k die Farbe f hat.
- $b(k, f)$ ist wahr, wenn die Karte k in der Farbe f bedruckt ist.
- $s(k, a)$ ist wahr, wenn der Spieler beim Ablegen der Karte k das Wort a sagt.

Aufgaben:

4. Übersetze die folgenden Spielregeln für Zahlenkarten **5 Punkte**
in prädikatenlogische Formeln:

- Wenn eine Karte blau bedruckt ist und den Farbwert gelb hat, dann ist sie mit einer ungeraden Zahl bedruckt.
- Wenn der Wert der Karte stets um eins höher als der Wert, der auf der Karte steht, so ist die Karte rot bedruckt.
- Wenn der Farbwert und der aufgedruckte Wert einer Karte nicht mit einer anderen Karte übereinstimmen, so dürfen die Karten niemals aufeinander gelegt werden.
- Jede Karte die nicht den Farbwert rot hat und einen Wert hat, der um eins kleiner ist als der Wert einer roten Karte, darf auf die rote bedruckte Karte gelegt werden.
- Es ist möglich, dass wenn bei einer Karte blau gesagt wurde, die Karte nicht in grün bedruckt ist.

5. Übersetze die folgenden prädikatenlogische Formeln in **3 Punkte**
natürlichsprachliche Spielregeln. Formuliere die Sätze dabei korrekt aber mit einem normalen Satzbau¹.

- $\forall k (w(k, 1) \vee w(k, 3) \vee w(k, 5) \vee w(k, 7) \vee w(k, 9)) \wedge b(k, \text{'gelb'}) \rightarrow \neg f(k, \text{'grün'})$
- $\forall i \neg \exists k (f(k, \text{'blau'}) \wedge v(k, i) \rightarrow w(k, i + 1))$
- $\exists i \forall k_1 \exists k_2 (v(k_1, i) \wedge v(k_2, i) \rightarrow \neg n(k_1, k_2))$

6. Betrachte die vier Universen $\{0, 1\}$, \mathbb{Z} , \mathbb{Q}^+ , \mathbb{R} . **4 Punkte**
In welchen der Universen gelten die folgenden Aussagen?

- $\forall x \exists y (x > y)$
- $\exists x \forall y (x + y > 1)$
- $\forall x \exists y \forall z ((x < z) \rightarrow ((x < y) \wedge (y \leq z)))$
- $\exists x \exists y \forall z (x < y) \wedge (x < z) \rightarrow (y \leq z)$

Gib ein Gegenbeispiel an, wenn möglich.

¹Vermeide Formulierungen wie „für alle k “ und „es existiert ein k “. Verwende je nach Bedeutung Wörter wie „immer“, „nie“, „manchmal“, „gleichzeitig“, „nachfolgend“ oder „vorausgehend“.