Aufgabenblatt 4

(NUR FÜR ULI-STUDENTEN)

(URL: http://www3.hpi.uni-potsdam.de/index.php?id=411)

Abgabe: Mo, 16.05.2005 bis 12:00 Uhr MEZ (per E-Mail an mathias.kutzner@hpi.uni-potsdam.de)

Thema: Zahlentheorie

Erreichbare Punkte: 15

Aufgabe 1: **5 Punkte**

Seien $a_1,\ldots,a_k$ ganze Zahlen. Beweisen Sie die folgende Behauptung mit Hilfe der vollständigen Induktion:

Es ist $\{a_1z_1+\ldots+a_kz_k : z_i \in Z, 1\le i\le k\} = \{ggt(a_1,\ldots,a_k)\cdot z : z\in Z\}$.

Folgende Aussagen können ohne Beweis genutzt werden:

- Es gilt $ggt(a_1,\ldots,a_k) = ggt(a_1, ggt(a_2,\ldots,a_k))$
- Die Menge aller ganzzahligen Linearkombinationen von a und b ist die Menge aller ganzzahligen Vielfachen von $ggt(a,b)$, also $\{a\cdot k+b\cdot l : k,l\in Z\} = \{ggt(a,b)\cdot m : m\in Z\}$

Aufgabe 2: **6 Punkte**

Die Gleichung $x_1a_1+\ldots+x_ka_k = n$ ist genau dann durch ganze Zahlen $x_1,\ldots,x_k$ lösbar, wenn $ggt(a_1,\ldots,a_k)$ ein Teiler von n ist. Zeigen Sie, dass diese Aussage gilt.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Beweisen Sie die folgende Aussage: Wenn $ggt(c,m)=1$ und $(a\cdot c)\equiv(b\cdot c) \bmod m$, dann gilt $a\equiv b \bmod m$.
