Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (klotz@ti.uni-trier.de)

Aufgabenblatt 14

Abgabetermin: Freitag, 13. Februar 2004, 14:00
Erreichbare Punkte: 8+8

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt14.ps (blatt14.pdf)

Themen: Zusatzaufgaben

Allgemeines: Dieses Blatt enthält Zusatzaufgaben für die erste und zweite Semesterhälfte. Diese Aufgaben werden nur korrigiert, falls diese Punkte zum Erreichen der 50%-Hürde notwendig sind.

1. Semesterhälfte

Aufgabe 1: 4 Punkte

Die Mengen M und N seien folgend definiert:

$$\begin{aligned} M &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x = y * 2) \vee ((y \leq x) \wedge (y^2 \geq 20))\} \\ N &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \neg(((x = y * 2) \vee \neg(x = y * 2)) \wedge \neg(x = y * 2) \wedge (\neg(y \leq x) \vee \neg(y^2 \geq 20)))\} \end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass $M = N$.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sei S folgende Relation über $\mathbb{R}$:

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (|x| = |y|) \vee (x^2 < y^2).$$

Welche Eigenschaften hat diese Relation? (Betrachten Sie dabei alle Eigenschaften von Relationen, die Ihnen bekannt sind).

2. Semesterhälfte

Aufgabe 3: 4 Punkte

Sei M eine Menge und Z_1 und Z_2 Partitionen vom M. Z_1 ist eine *Verfeinerung* von Z_2, wenn gilt: Für alle $A \in Z_1$ existiert $B \in Z_2$ mit $A \subseteq B$. Die Partitionen Z_1 und Z_2 von M definieren Äquivalentsrelationen R_1 und R_2 über M. Was ist ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für die Relationen R_1 und R_2, damit Z_1 eine Verfeinerung von Z_2 ist (mit Beweis)?

Aufgabe 4: 4 Punkte

Wir betrachten alle Worte, die aus den Zeichen 0 und 1 bestehen, also z.B. $0010, 00111, \ldots$. Stellen Sie eine Formel für die Anzahl der Worte der Länge n auf, die eine gerade Anzahl von 0-en haben und beweisen Sie sie.