Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (klotz@ti.uni-trier.de)

# Aufgabenblatt 14

Abgabetermin: Freitag, 13. Februar 2004, 14:00
Erreichbare Punkte: 8+8

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt14.ps (blatt14.pdf)

Themen: Zusatzaufgaben

**Allgemeines: Dieses Blatt enthält Zusatzaufgaben für die erste und zweite Semesterhälfte. Diese Aufgaben werden nur korrigiert, falls diese Punkte zum Erreichen der 50%-Hürde notwendig sind.**

## 1. Semesterhälfte

**Aufgabe 1:** 4 Punkte

Die Mengen $M$ und $N$ seien folgend definiert:

$$\begin{aligned}
M &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x = y * 2) \vee ((y \leq x) \wedge (y^2 \geq 20))\} \\
N &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \neg(((x = y * 2) \vee \neg(x = y * 2)) \wedge \neg(x = y * 2) \wedge (\neg(y \leq x) \vee \neg(y^2 \geq 20)))\}
\end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass $M = N$.

**Aufgabe 2:** 4 Punkte

Sei $S$ folgende Relation über $\mathbb{R}$:

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (|x| = |y|) \vee (x^2 < y^2).$$

Welche Eigenschaften hat diese Relation? (Betrachten Sie dabei alle Eigenschaften von Relationen, die Ihnen bekannt sind).

## 2. Semesterhälfte

**Aufgabe 3:** 4 Punkte

Sei $M$ eine Menge und $Z_1$ und $Z_2$ Partitionen vom $M$. $Z_1$ ist eine *Verfeinerung* von $Z_2$, wenn gilt: Für alle $A \in Z_1$ existiert $B \in Z_2$ mit $A \subseteq B$. Die Partitionen $Z_1$ und $Z_2$ von $M$ definieren Äquivalentsrelationen $R_1$ und $R_2$ über $M$. Was ist ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für die Relationen $R_1$ und $R_2$, damit $Z_1$ eine Verfeinerung von $Z_2$ ist (mit Beweis)?

**Aufgabe 4:** 4 Punkte

Wir betrachten alle Worte, die aus den Zeichen 0 und 1 bestehen, also z.B. $0010, 00111, \ldots$. Stellen Sie eine Formel für die Anzahl der Worte der Länge $n$ auf, die eine gerade Anzahl von 0-en haben und beweisen Sie sie.