Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (`klotz@ti.uni-trier.de`)

Aufgabenblatt 2

Abgabetermin: Freitag, 14. November 2003, 14:00
Erreichbare Punkte: 14

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt2.ps (blatt2.pdf)

Themen: Tautologien, Äquivalenzen

Bitte registieren Sie sich mit unserem LMCS (Lab Course Management System) (URL: **http://lcms.uni-trier.de/∼lcms**) für die Vorlesung oder Übung.
Die erste Übung findet am Mittwoch, den 12.11, bzw. Donnerstag, den 13.11., statt. Bitte besuchen Sie *regelmäßig* die Seite zur Übung und Vorlesung:

`http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/DisStrukLog.html`

Dieser Seite können Informationen zur Übung, Ankündungen der Vorlesung und/oder Übung betreffend und die Übungsblätter entnommen werden.

Aufgabe 1: 6 Punkte

Beweisen Sie, ob es sich bei folgenden Formeln um Tautologien oder Kontradiktionen handelt.

1. $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$
2. $(\neg p \vee (\neg p \wedge q)) \Leftrightarrow p$
3. $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow \neg q)$

Aufgabe 2: 4 Punkte

Die folgende Äquivalenz soll unter Ausnutzung bekannter Äquivalenzen (siehe Rückseite) bewiesen werden.
Hinweise:

1. Es dürfen nur die hinten angeführten Äquivalenzen verwendet werden.
2. *Jeder* Zwischenschritt und *jede* Regelanwendung muss angeschrieben werden.
3. Es muss die ausgenützte log. Äquivalenz angegeben werden.

$$(\neg((A \vee \neg(B \Rightarrow \neg C)) \Rightarrow D)) \equiv (\neg D \wedge (\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge (A \vee C))).$$

Aufgabe 3: 4 Punkte

Zur folgenden Aussageform sollen zwei Beispiele für unendlich grosse Universen bestimmt werden, sodass durch die Ersetzung der Variablen mittels konkreter Objekte falsche *und* wahre Aussagen entstehen können:
Hinweis: Die Universen U_x, U_y, U_z der freien Variablen x, y, z sollen gleich gewählt werden, $U_x = U_y = U_z = U$.

Wenn x höher wie y ist, dann auch y höher wie z.

Folgende Aussageverbindungen sind logisch äquivalent:

1. $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$;
   $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ (Kommutativgesetz)

2. $(p \wedge (q \wedge r)) \equiv ((p \wedge q) \wedge r)$;
   $(p \vee (q \vee r)) \equiv ((p \vee q) \vee r)$ (Assoziativgesetz)

3. $(p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)$;
   $(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (Distributivgesetz)

4. $(p \Rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

5. $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$;
   $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (de Morgansche Regeln)

6. $\neg\neg p \equiv p$