Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (`klotz@ti.uni-trier.de`)

Aufgabenblatt 6

Abgabetermin: Freitag, 12. Dezember 2003, 14:00
Erreichbare Punkte: 14

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt6.ps (blatt6.pdf)

Themen: Relationen, Eigenschaften von Relationen

Achtung in der Aufgabe 2.2 war ein Fehler. Dies ist die korrigierte Version.
Es handelt sich bei diesem Blatt um das letzte Blatt der ersten Semesterhälfte.
Bitte besuchen Sie *regelmäßig* die Seite zur Übung und Vorlesung:

`http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/DisStrukLog.html`

Dieser Seite können Informationen zur Übung, Ankündungen der Vorlesung und/oder Übung betreffend und die Übungsblätter entnommen werden. Ich möchte darauf hinweisen, dass Abschreiben *nicht* erlaubt ist!!

Aufgabe 1: 4 Punkte

Sei $M = \{a, b, c, d, e\}$. Weiters seien R und T die folgenden Relationen auf M:

- $R = \{(e, b), (e, a), (b, c), (c, e), (d, e)\}$

Die Relation R soll nun geeignet um fehlende geordnete Paare erweitert werden, sodass die daraus entstehende Relation R^*, $(R \subseteq R^*)$, folgende Eigenschaften aufweist (jede Teilaufgabe ist getrennt von den anderen Aufgaben zu betrachten, d.h. bei jeder Teilaufgabe wird wieder mit dem ursprünglichem R gestartet).
Beispiel: Sei $A = \{(a, b), (b, c)\}$ eine Relation auf $M = \{a, b, c\}$. A^* sollte nun symmetrisch und transitiv sein. Somit: $A^* = \{(a, b), (b, c), (a, c), (b, a), (c, b), (c, a), (c, c), (a, a), (b, b)\}$

R^* soll nacheinander folgende Eigenschaften aufweisen.

1. transitiv
2. reflexiv und transitiv
3. reflexiv, transitiv und symmetrisch (=Äquivalenzrelation)
4. Ist die Relation nacheindeutig?

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sei R eine Relation über M. Beweisen Sie

1. R ist symmetrisch genau dann, wenn $R^{-1} \subseteq R$ ist. In diesem Fall gilt sogar $R^{-1} = R$.
2. Zeigen Sie, dass aus R transitiv folgt, dass $R \circ R \circ R \subseteq R$ ist. Gilt auch die Umkehrung dieser Aussage? Begründen Sie Ihre Antwort. $(R \circ R \circ R := R \circ (R \circ R))$.
3. R ist antisymmetrisch genau dann, wenn $R \cap R^{-1} \subseteq \Delta_m$ gilt.

Aufgabe 3: 2 Punkte

Sei $R = \{(1,1)\}$ eine Relation über $N = \{1,2,3,4,5\}$.
Welche Eigenschaften erfüllt die Relation R, welche nicht? Folgende Eigenschaften sind zu betrachten: reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv, nacheindeutig.
Handelt es sich um eine Äquivalenzrelation?
Zur Aufgabe gehört auch eine Begründung der Antworten.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Sei $M = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \backslash \{0\})$ und $R \subseteq M \times M$ definiert durch:

$$(a,b)R(c,d) \iff ad = bc.$$

Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist.