Wintersemester 2003-2004
Übung zur Vorlesung
Diskrete Strukturen und Logik

Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (`klotz@ti.uni-trier.de`)

Aufgabenblatt 8

Abgabetermin: Freitag, 09. Jänner 2004, 14:00
Erreichbare Punkte: 16

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt8.ps (blatt8.pdf)

Themen: Halbordnungsrelationen, Ordnungsrelationen

Bitte besuchen Sie *regelmäßig* die Seite zur Übung und Vorlesung:

`http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/DisStrukLog.html`

Aufgabe 1: 4 Punkte

Erklären Sie anhand geeigneter Beispiele die Begriffe:

- maximales Element, minimales Element
- obere Schranke, untere Schranke
- Supremum, Infimum
- Maximum, Minimum

Hinweis: Es genügt nicht, dass die Definitionen aus dem Buch oder aus der Vorlesung übernommen werden. Aus den Erklärungen und aus der Wahl der Beispiele muss hervorgehen, dass die Begriffe verstanden wurden.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sei $M = (\mathbb{Z}\backslash\{0\}) \times (\mathbb{Z}\backslash\{0\})$ und $R \subseteq M \times M$ definiert durch:

$$(a, b)R(c, d) \iff a|c \wedge b|d.$$

Ist R eine Äquivalenz-, Halbordnungs- oder Ordnungsrelation? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Geben Sie je eine maximale Kette für die folgenden Halbordnungsrelationen R_i an. Finden Sie ein Supremum und ein Infimum von den Mengen M_i bezüglich R_i, $i \in \{1, 2, 3\}$.

1. $R_1 =''\subseteq''$, $M_1 = P(\mathbb{N})$;
2. $M_2 = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 1\}$, $\forall a, b \in \mathbb{N} : aR_2b = a|b$;
3. $R_3 =''\geq''$, $M_3 = \{x \in \mathbb{R} | x \in [0, 99.99] \wedge x \notin \mathbb{N}\}$,

Aufgabe 4: 4 Punkte

Es sei M eine Menge. Weiters sei $\mathbf{R}$ eine Menge, deren Elemente Halbordnungen auf M sind. Zeigen Sie, dass dann auch

$$S = \bigcap_{R \in \mathbf{R}} R$$

eine Halbordnung über M ist.

Schöne Weihnachten und ein gutes Neues Jahr Volker Klotz