Universität Trier
Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Meinel/Klotz (klotz@ti.uni-trier.de)

Aufgabenblatt 9

Abgabetermin: Freitag, 16. Jänner 2004, 14:00
Erreichbare Punkte: 16

URL: http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/dsl/blatt9.ps (blatt9.pdf)

Themen: Abbildungen

Beachten Sie auch die Rückseite des Blattes
Bitte besuchen Sie *regelmäßig* die Seite zur Übung und Vorlesung:

`http://www.informatik.uni-trier.de/TI/Lehre/2003-2004/DisStrukLog.html`

Aufgabe 1: 4 Punkte
Es sei die Relation $F \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definiert durch

$$F := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, y = \sin(x)\}$$

gegeben.
Beantworten und begründen Sie folgende Fragen:

1. Ist $f = ([-90°, 362°], \mathbb{R}, F)$ eine Abbildung? Wenn nein, welche Einschränkungen müssen getroffen werden?
2. Ist f eine Funktion?
3. Geben Sie das Urbild von 0 unter f an (d.h. $f^{-1}(0)$).
4. Sei F^{-1} definiert durch $F^{-1} := \{(y, x) \in \mathbb{R}^2 \,|\, (x, y) \in F\}$ gegeben. Ist $f^{-1} = (\mathbb{R}, \mathbb{R}, F^{-1})$ eine Abbildung? Wenn nein, welche Einschränkungen müssen getroffen werden?

Aufgabe 2: 4 Punkte
Seien M_1, M_2 Teilmengen von A, seien N_1, N_2 Teilmengen von B und sei $f : A \to B$ eine Abbildung. Beweisen Sie, dass gilt

1. $f(M_1 \cap M_2) \subseteq f(M_1) \cap f(M_2)$ (Geben Sie auch ein konkretes Beispiel an, welches zeigt, dass $f(M_1 \cap M_2) = f(M_1) \cap f(M_2)$ nicht gelten kann);
2. $f^{-1}(N_1 \cap N_2) = f^{-1}(N_1) \cap f^{-1}(N_2)$.

Aufgabe 3: 4 Punkte
Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Beweisen Sie

1. Sind f und g injektiv, so ist auch $g \circ f$ injektiv.
2. Sind f und g surjektiv, so ist auch $g \circ f$ surjektiv.
3. Sind f und g bijektiv, so ist auch $g \circ f$ bijektiv.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Zeigen oder widerlegen Sie bei den folgenden Relationen, dass $f = (M, N, R)$ eine Abbildung ist.

1. $M = N = \mathbb{R}$, xRy genau dann wenn $x \cdot y = 0$
2. $M = \emptyset$, $N = \mathbb{N}_0$, $R = \emptyset$
3. $M = \mathbb{N}_0$, $N = \mathbb{R}$, xRy genau dann wenn $y = \log(x)$
4. $M = \{a, b\}$, $N = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $R = \{(a, \alpha), (b, \beta)\}$

Falls f eine Abblidung ist, geben Sie die Eigenschaften diese Abbildung an.