

Abgabetermin: 18. April 2012, 15.15 Uhr

Aufgabe 1.1

(Wachstumsordnung von Funktionen)

- a) Ordnen Sie die folgenden Funktionen $f_i : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ nach ihrem Wachstumsverhalten (z.B. $\mathcal{O}(f_1) \subset \mathcal{O}(f_2) = \dots$): $f_1(n) = n$, $f_2(n) = n \log n$, $f_3(n) = n - n^3 + (5n)^5$, $f_4(n) = \sqrt{n}$, $f_5(n) = 3^{\frac{n}{2}+1000}$, $f_6(n) = n!$, $f_7(n) = \frac{1}{1000} \cdot 3^n$, $f_8(n) = n^2 + \log n$, $f_9(n) = 3^{(3^n)}$, $f_{10}(n) = \log(\log n)$, $f_{11}(n) = n^5$, $f_{12}(n) = 3^{(3^{n+1})}$.
- b) Sei $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(n) = n^{50}$ und $g(n) = n^{\log n}$. Zeigen Sie, dass $f \in \mathcal{O}(g)$ gilt.

Aufgabe 1.2

(Wachstumsordnung von Funktionen)

- a) Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(n) = \sum_{m=1}^{n^2} m^3 (\log m)^2.$$

Geben Sie die Wachstumsklasse $\Theta(f)$ der Funktion f in Ihrer einfachsten Form an.

- b) Geben Sie zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ an, so dass $f \notin \mathcal{O}(g)$ und $g \notin \mathcal{O}(f)$.

Aufgabe 1.3

(Entscheidungsalgorithmen für bipartite Graphen)

Ein (ungerichteter) Graph $G = (V, E)$ heißt *bipartit* genau dann, wenn sich seine Knotenmenge in zwei disjunkte Teilmengen V_1 und V_2 aufteilen lässt, so dass die Kanten E des Graphen nur zwischen Knoten aus V_1 und V_2 verlaufen, d.h. für alle $(u, v) \in E$ mit $u \in V_1$ gilt $v \in V_2$.

Es gilt folgender Satz: *Ein Graph $G = (V, E)$ ist bipartit genau dann, wenn er keine Zyklen ungerader Länge besitzt.*

- a) Beweisen Sie den Satz, z.B. durch strukturelle Induktion über die Konstruktion von Graphen, die keine Zyklen ungerader Länge besitzen.
- b) Geben Sie einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit an, der entscheidet, ob ein gegebener Graph $G = (V, E)$ bipartit ist. Schätzen Sie die genaue Laufzeit und den Platzbedarf Ihres Algorithmus' ab.

Bewertung

Jede Aufgabe wird nach folgendem Schema mit 0 bis 3 Punkten bewertet:

3 Punkte – die Aufgabe wurde korrekt gelöst oder im Wesentlichen korrekt gelöst

2 Punkte – die Aufgabe wurde nur teilweise gelöst oder enthielt Fehler

1 Punkt – die Lösung der Aufgabe enthielt größere Fehler oder Lücken

0 Punkte – die Aufgabe wurde nicht gelöst oder enthielt sehr viele Fehler oder Lücken

Kontakt

Sie haben Fragen, Anregungen oder Probleme?

Jens Otten

Institut für Informatik, Raum 1.20

jeotten@cs.uni-potsdam.de

Tel. 0331 / 977–3072
