Matthias Quasthoff
http://www.hpi.uni-potsdam.de/∼meinel/teaching/

Wintersemester 2011/12
Abgabe bis 24.1. 10:55 Uhr
im Postfach 53, HPI-Foyer

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Mathematik I – Diskrete Strukturen und Logik (Prof. Meinel)

29. Die Mathe-Endklausur enthält 6 Aufgaben zu Relationen, 6 Aufgaben zu Funktionen und 6 Beweisaufgaben. Darunter sind 3 Aufgaben zu Relationen und Beweisen, 4 Aufgaben zu Funktionen und Beweisen und 2 Aufgaben gleichzeitig zu Funktionen und Relationen. Nur eine Aufgabe beinhaltet einen Beweis zu Funktionen und Relationen. Wieviele Aufgaben enthält die Klausur? 2

30. Ein Reisebus transportiert 99 HPI-Studenten nach Berlin. Der Bus hält am Zoo, am Alex, am Ostbahnhof und in Lichtenberg. An jeder Station können Studenten aussteigen.

    (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es für die Anzahlen der aussteigenden Studenten, wenn spätestens in Lichtenberg alle Studenten aussteigen müssen? 2
    (b) ... wenn einige Studenten weiterfahren dürfen? 1
    (c) ... wenn wenigstens ein Student weiterfahren soll? 1

Für $k \in \mathbb{N}^+$ sei $\mathbb{N}_k := \{1, \ldots, k\}$. Eine Permutation π von $\mathbb{N}_k$ ist laut Vorlesung eine Folge, die jedes Element von $\mathbb{N}_k$ genau einmal enthält. Da Folgen spezielle Funktionen sind, ist π also eine Bijektion $\mathbb{N}_k \to \mathbb{N}_k$. Laut Vorlesungen ist die Komposition zweier Bijektionen wieder Bijektion, wir können also schreiben $(1, 3, 2, 4) \circ (2, 1, 3, 4) = (3, 1, 2, 4)$. Die Menge aller Permutationen von $\mathbb{N}_k$ nennen wir S_k.

31. Schreiben Sie die sogenannte Verknüpfungstafel von $(S_3, \circ)$ auf. Dafür müssen Sie alle Permutationen $f_1, \ldots, f_6$ aufschreiben und für jede Kombination von i und j die Komposition $f_i \circ f_j$ berechnen. 4

32* Lösen Sie die folgenden Aufgaben zur Klausurvorbereitung. Geben Sie die Lösungen nicht ab, sondern bringen Sie sie zur Übung am 23. bzw. 25. Januar zur Diskussion mit.

   (a) Gegeben sind zwei Mengen $A \subseteq M$ und eine Halbordnung $R \subseteq M \times M$. Entscheiden Sie, ob die folgenden Schlussfolgerungen allgemeingültig sind. 4
   - $x \in A$ ist Maximum von $A \Rightarrow x$ ist Supremum von A.
   - $x \in M$ ist untere Schranke von $A \Rightarrow x$ ist minimales Element von A.
   - $x \in A$ ist maximales Element von $A \Rightarrow x$ ist Maximum von A.
   - $x \in A$ ist Minimum von $A \Rightarrow x$ ist minimales Element von A.

   (b) Sei $M = \{a, b, c\}$ und $N = \{1, 2, 3, 4\}$. Überprüfen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität und Surjektivität. 5
   (a) $f : M \to N. \quad a \mapsto 4, \quad b \mapsto 2, \quad c \mapsto 3$
   (b) $g : M \to M. \quad a \mapsto b, \quad b \mapsto c, \quad c \mapsto b$
   (c) $h : M \to M. \quad a \mapsto c, \quad b \mapsto a, \quad c \mapsto b$

   (c) Gegeben Mengen und Abbildungen $f : A \to B$ und $g : B \to C$. Zeigen Sie die folgende Aussage. 6

$$g(f(A)) = (g \circ f)(A)$$

Allgemeiner Hinweis: Alle Aussagen sind zu begründen. Geben Sie ausreichende Zwischenschritte an.
Lesen Sie sich den zur Bearbeitung der Aufgaben nötigen Stoff an. Anschließend sollten Sie das gesamte Blatt in 60 bis 90 Minuten lösen können.